TENTAMEN I TURBOMASKINERNAS TEORI (lätt modifierat)

Hjälpmedel: **Räknedosa, Tefyma.**
OBS! **Skriv endast på papperets ena sida.**
Börja för varje ny uppgift på nytt papper.
Namn överst på varje papper.

Teorifrågor

Uppgift 1 (3p)

Visa med hjälp av en hastighetstriangel att Euler's ekvation kan skrivas om som:

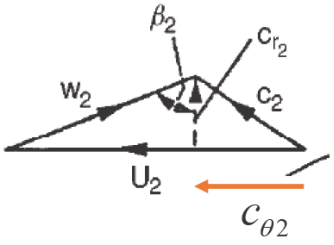
$$\Delta h_0 = U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1} = \frac{1}{2}\left[c^2 - w^2 + u^2\right]_1^2$$

Redogör också för den fysikaliska innebörden av termerna i slututtrycket.

Svar:

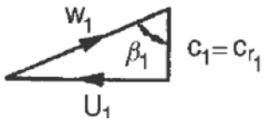
$$c_{r2}^2 = c_2^2 - c_{\theta 2}^2 \qquad \textit{Right triangle}$$

$$c_{r2}^2 = w_2^2 - \left(U_2 - c_{\theta 2}\right)^2 \qquad \textit{Left triangle}$$



Setting them equal:

$$c_2^2 - c_{\theta 2}^2 = w_2^2 - \left(U_2^2 - 2U_2 c_{\theta 2} + c_{\theta 2}^2\right)$$



Solving for $U_2 c_{\theta 2}$

$$U_2 c_{\theta 2} = \frac{c_2^2 + U_2^2 - w_2^2}{2}$$

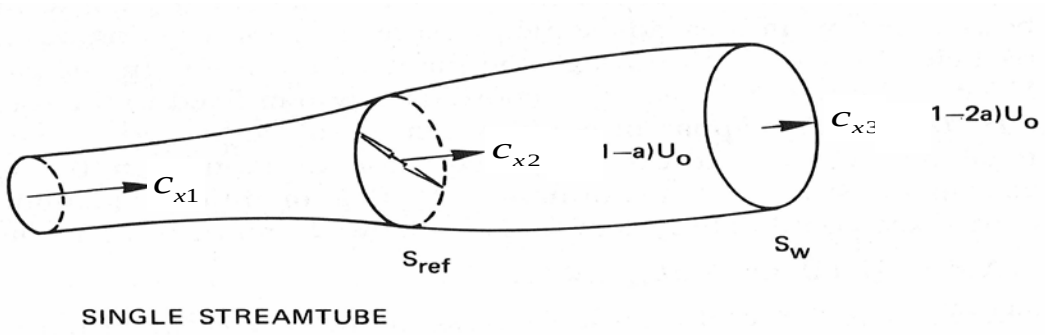
$U_1 c_{\theta 1}$ the same way

$$W_x = gH = U_2 \cdot c_{\theta 2} - U_1 \cdot c_{\theta 1} = \frac{1}{2}\left[\left(c_2^2 - c_1^2\right) + \left(U_2^2 - U_1^2\right) - \left(w_2^2 - w_1^2\right)\right]$$

Change in dynamic pressure — Change in static pressure

Uppgift 2 (5p)

Vindkraft: Härled Betz' lag. Utgå ifrån $\dot{m}\left(c_{x1}-c_{x3}\right)c_{x2}=\dot{m}\left(c_{x1}^2-c_{x3}^2\right)/2 \Rightarrow c_{x2}=\left(c_{x1}+c_{x3}\right)/2$



SINGLE STREAMTUBE

Svar:

Axial flow induction factor

Rewriting power $P=\dot{m}\left(c_{x1}-c_{x3}\right)c_{x2}=\rho A_2 c_{x2}^2\left(c_{x1}-c_{x3}\right)$

Using $c_{x3}=2c_{x2}-c_{x1}$ the power becomes

$$P=\rho A_2 c_{x2}^2\left(c_{x1}-2c_{x2}+c_{x1}\right)=2\rho A_2 c_{x2}^2\left(c_{x1}-c_{x2}\right)$$

It is convenient to introduce an axial flow induction factor

$\bar{a}=\left(c_{x1}-c_{x2}\right)/c_{x1}$ What does this mean?

$$P=2\bar{a}\rho A_2 c_{x1}^3\left(1-\bar{a}\right)^2$$

LTH / Kraftverksteknik / JK

$$Q_{\max}\Delta p_{\max}=P_0=\rho A_2 c_{x1}^3/2$$

$$C_P=\frac{P}{P_0}=\frac{2\bar{a}\rho A_2 c_{x1}^3\left(1-\bar{a}\right)^2}{\rho A_2 c_{x1}^3/2}=4\bar{a}\left(1-\bar{a}\right)^2$$

Derivera map a(streck)

$$\frac{dC_P}{d\bar{a}}=3a^2-4a+1=0$$

$$a=\frac{1}{2}\frac{4}{3}\pm\sqrt{\frac{16}{36}-\frac{12}{36}}$$

$$C_{P,\max}=16/27 \;@\; \bar{a}=1/3$$

Uppgift 3 (2p)

Förklara (kortfattat) vad som menas med förlustmodeller. Vad har de för funktion i designprocessen? Hur har de tagits fram?

Svar:

En förlustmodell är en empirisk korrelation mellan geometri och driftsförhållande på ena sidan och förluster eller verkningsgrad. Oftast är den icke-dimensionell och gäller endast under vissa antaganden.

I designprocessen används de för att göra en grov dimensionering. 100 eller tusentals beräkningar kan göras till skillnad från CFD räkningar.

Uppgift 5 (5p)

Rita en skiss hastighetstrianglar och Mollier diagram för ett aktionsteg (impuls) och ett reaktionssteg med Redogör för skillnaderna mellan dessa steg i ord. Beskriv också med ord begreppet reaktionsgrad.

Svar:

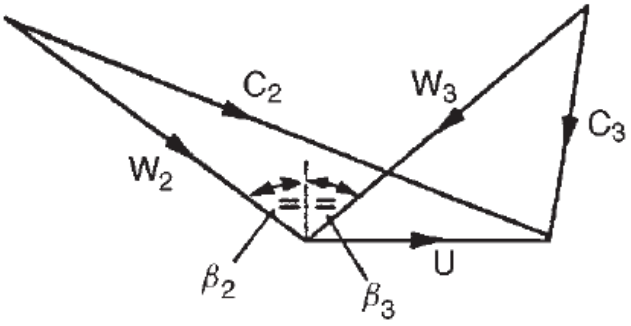
I ett aktionsteg sker hela expansionen och därmed tryckändringen i ledskenan. I löpskovlarna omlänkas fluiden utan ändring av trycket. (1P)

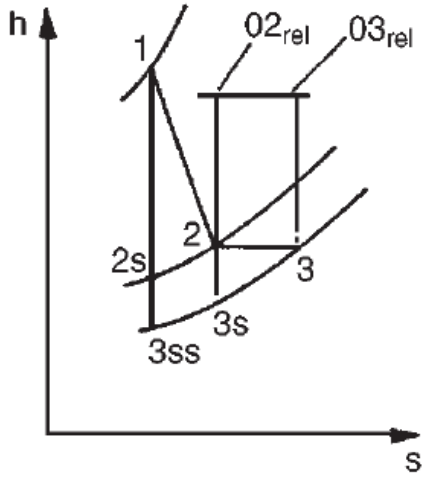
I reaktionsteg sker expansion och därmed tryckändring i såväl led som löpskovlar. (1P)

Förhållandet mellan entalpifall (tryckändring) i löpskovlar resp. hela steget är ett mått som kallas reaktionsgraden. (1P)

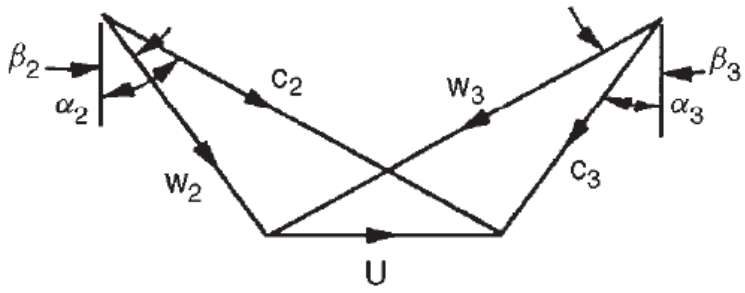
$R = \left(h_2 - h_3\right) / \left(h_1 - h_3\right)$

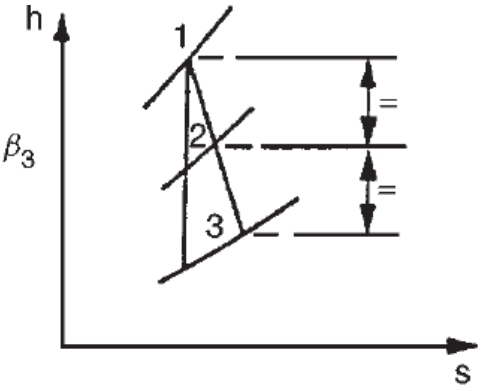
$$R = \frac{c_x}{2U}\left(\tan\beta_3 - \tan\beta_2\right) = 0 \quad \text{if } \beta_3 = \beta_2$$





$$R = \frac{1}{2} + \frac{c_x}{2U}\left(\tan\beta_3 - \tan\alpha_2\right) = 0.5 \quad \text{if } \beta_3 = \alpha_2$$

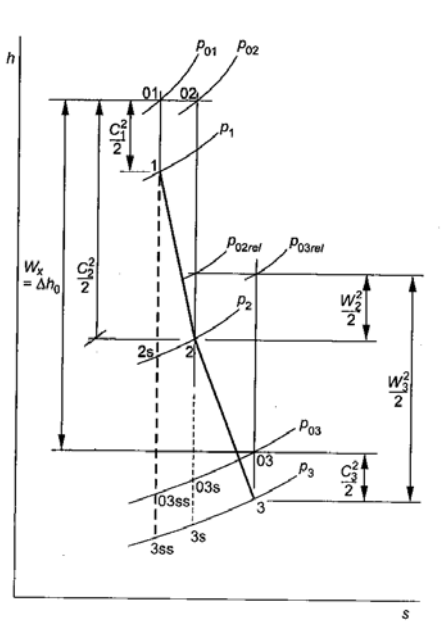




Uppgift 6 (5p)

Rita ut expansionen för ett turbinsteg i ett h-s diagram. Figuren ska inkludera stagnationstryck, statiskt tryck och dynamiskt tryck. Trycken ska vara utsatta för positionerna före statorn, efter startorn och efter rotorn. Verkningsgraden i både rotorn och statorn ska vara mindre än 1.

Definiera ”total-to-total ” verkningsgraden för steget med hänsyn till din figur.



Lösninge: Obs kräver ej relativa tillstånd av studenten

$$\eta_{tt} = \frac{\text{Actual work output}}{\text{Ideal work output when operating to same back pressure}} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}}$$

total to static is the same except h_{3ss} should be used instead of h_{03ss}

Beräkningsuppgifter

Räkneuppgift A (5p)

Pumpkraftverk

Ett pumpkraftverk byggas av Hyllie vatten torn. Hyllie vattentorn är ett vattentorn i Malmö stad, beläget utåt landsbygden i stadsdelen Hyllie. Tornet är vitt och har form av en svamp. Det rymmer 10 200 kubikmeter vatten och är totalt 62 meter högt men den genomsnittliga vattennivån kan antas vara 55 m. En bassäng med samma volym anläggs i markplan, pumpar och turbin införskaffas.

Antag att verket dimensioneras så att det kan ge 1 MW effekt utan förluster.

a) Hur länge kan verket köras när tornet är fullt (bortse från förluster) (1p)
b) Vilken diameter måste ledningen upp i tornet ha om tryckförlusterna (enkel väg) ska understiga 2% av teoretiskt turbininloppstryck. (3p)
c) Om pump och turbin har 90 respective 94% verkningsgrad, vad blir ”turn around” efficiency? (Hur stor andel av tillförd energi får vi tillbaka?) (1p)

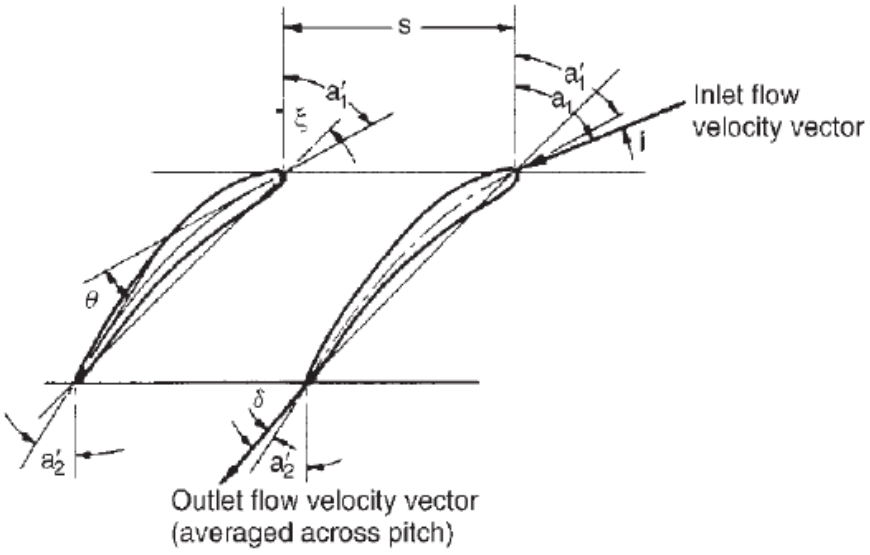
Antag:

- Rörets längd med anslutningar: 65 m. Röret är av betong med en ytråhet, ε = 1 mm. Haalands formel är applicerbar.
- Engångsförluster, inklusive dynamiska termer vid in/utlopp, kan försummas.
- Vattnets densitet och viskositet: 1000 kg/m3 och 0.001 Pa*s.

Vol	10200	m3				
H	55	m				
P	1.00E+06	W	=Q*Dp			
rho g H	539550	pa	=Dp			
Q	1.85E+00	m3/s	P/Dp			
t	**5.50E+03**	s				
p,dyn	6.47E+03					
				p dyn / p=	1.20E-02	
Röret						
L	65			svar på A	5.50E+03	s (Ca 1.5h)
D	0.81	m		svar på B (passningsräknat)		
Acs	0.5153	m2		Svar på C	0.875885	
U	3.60E+00	m/s				
eps/D	1.23E-03	1		eps =är ca .3-3 mm		
eps	1.00E-03					
fluid						
			$\frac{1}{\lambda^{1/2}} \approx -1.8 \log\left[\frac{6.9}{\mathrm{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/d}{3.7}\right)^{1.11}\right]$			
mu	0.001	Pa s				
rho	1000	kg/m3				
Re	2.91E+06				A	B
A	2.37E-06					
B	0.000138					
-1.8log(A+B)	6.93E+00					
lambda	0.020804					
d p0f	1.08E+04					
'/ rho g H	0.020					

Räkneuppgift B (5p)

En kompressorkaskad har ett delning-korda förhållande (space-chord ratio) som är $s/l = 1$ (ett). Bladens inloppsvinkel $\alpha_1' = 40$ grader och utloppsvinkeln $\alpha_2' = 20$ grader.



- Spacing s
- Stagger angle ξ
- Camber angle θ
  Change in angle of the camber line
- Blade entry angle α_1'
- Blade exit angle α_2'
- Inlet flow angle α_1

Uppskatta deviationen och utloppsvinkel m.h.a. Howells empiriska samband:
$\delta^* = m\theta\left(s/l\right)^n$ med $m = 0.23\left(2a/l\right) + \alpha_2^*/500$ och $n = 0.5$. Antag DCA design med max camber vid 50% av kordan, dvs $a = 0.5l$.

Lösning: Se exempel 3.2

Camber angle = alfa1-alfa2

Starta med $a_2^* = \alpha_2' = 20$ grader => m=0.27

$\delta^* = m\theta\left(s/l\right)^n = 0.27 \cdot \left(40 - 20\right) \cdot 1^{0.5} = 5.4$

$a_2^* = \alpha_2' = 25.4$ => m=0.2808

$\delta^* = m\theta\left(s/l\right)^n = 0.2808 \cdot \left(40 - 20\right) \cdot 1^{0.5} = 5.62$ (duger som svar, en iteration till ger)

$a_2^* = \alpha_2' = 25.62$ => m=0.28124

$\delta^* = m\theta\left(s/l\right)^n = 0.28124 \cdot \left(40 - 20\right) \cdot 1^{0.5} = 5.625$

Räkneuppgift C (5p)

En peltonturbin med en stråle har följande data:

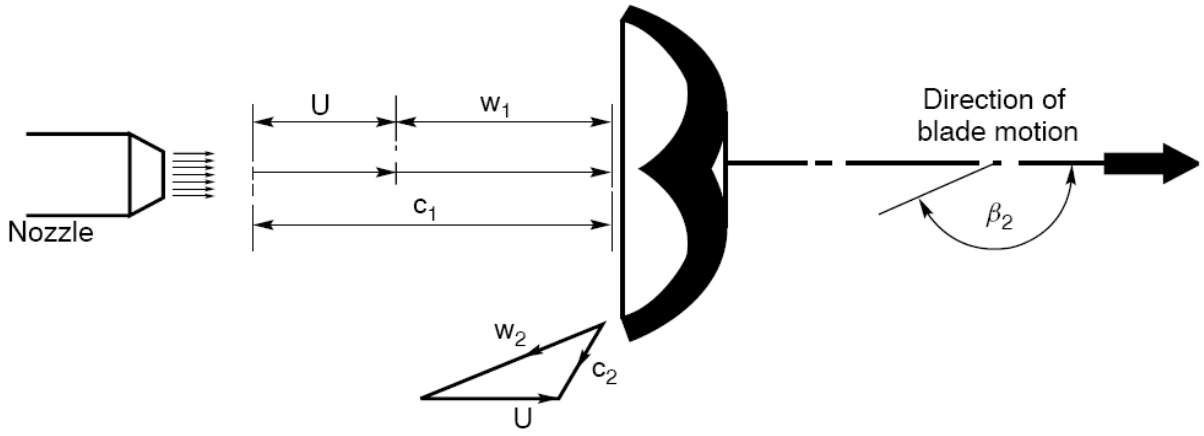
”Spouting velocity”, $c_1 = 70$ m/s
Strålens diameter: 0.16 m
Omlänkning: $\beta_2 = 165^\circ$
Löptalet $\nu = U/c_1 = 0.47$

Beräkna turbinens effekt för följande 2 fall:

- Förlustfritt (2p)
- Med förlustfaktorn $k = w_2/w_1 = 0.9$ (2p)

Beräkna även ”runner efficiency”, η_R för det senare fallet (1p)

Peltonturbin med hastighetstrianglar visas i figuren nedan.



Svar:

Pelton Turbines

From Eulers turbine equation

$$\Delta W = U_1 c_{\theta 1} - U_2 c_{\theta 2}$$

For the Pelton turbine:

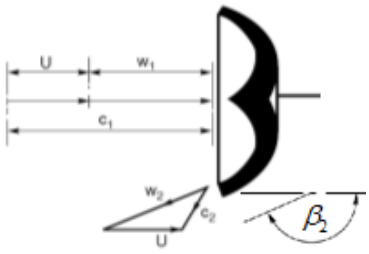
$$U_1 = U_2 = U$$

$$c_{\theta 1} = c_1 = U + w_1$$

$$c_{\theta 2} = U + w_2 \cos\beta_2$$

and thus Euler becomes

$$\Delta W = U\left[U + w_1 - \left(U + w_2 \cos\beta_2\right)\right] = U\left(w_1 - w_2 \cos\beta_2\right)$$



$\cos\beta_2 < 0$

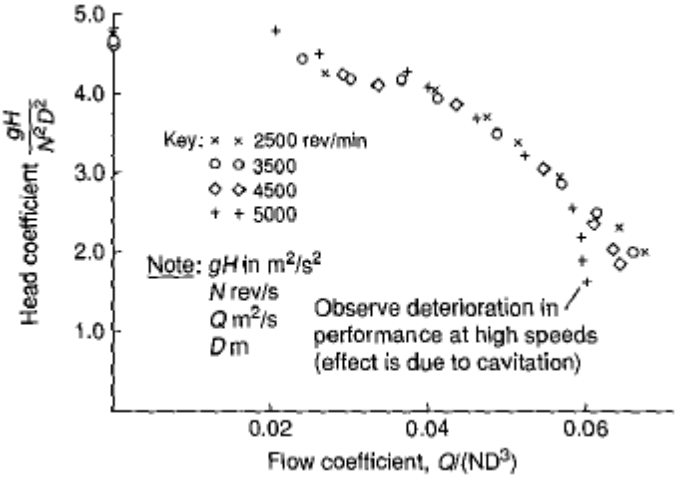
k	Beta (rad)	cos beta	d	A	C1	Q	mdot	ny	U=C1*ny	w1=C1-U	DW	P (MW)
1	2.879793	-0.96593	0.16	0.020096	70	1.40672	1406.72	0.47	32.9	37.1	2399.589404	3.37555
0.9	2.879793	-0.96593	0.16	0.020096	70	1.40672	1406.72	0.47	32.9	37.1	2281.689464	3.209698

$$\eta_R = 2v(1-v)(1-k\cos\beta_2),$$

äta R **0.931302**

P09/P1 0.950867

Räkneuppgift E (5p)
Experimentalt resultat av mätningar på en centrifugalpump redovisas i figuren nedan.



obs! Q har enheten m^3/s

Rita ut pumpkurvan, uppfordringshöjden [m] som funktion avflödet [m^3/s], för diametern 0.2 m och varvtalet 3500 rpm. Basera kurvan på de dimensionslösa flödena 0, 0.04 och för det dimensionslösa trycket 0 (godtycklig extrapolation ger det dimensionslösa flödet 0.07 vid trycket 0). Redovisa även resultatet i tabellform).
Vad blir trycket (uppfordringshöjden) [m] uppmätt efter pumparna vid seriekoppling respektive parallellkoppling? Om man kopplar ihop 2 pumpar och blockerar utloppet.

Resultat: Antag g=10 m/s^2

Psi	Phi	H [m]	Q [m^3/s]
4.7	0	64	0
3.9	0.04	53	0.018
0	0.07	0	0.033

Seriekoppling ger dubbla höjden vid flödet 0 dvs. 128 m.
Parallellkoppling ger samma höjd som en pump dvs. 64 m.

Totalt 20+20=40 p

Lycka till!!

Formelsammling

Bernoulli´s ekv.
$$p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \rho \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta p_{0f}$$

Tryckförluster i rör med engångsförluster
$$\Delta p_{0f} = \left(\sum \zeta_i + \lambda \frac{l}{d} \right) \cdot \frac{\rho c^2}{2}$$

Haalands formel
$$\frac{1}{\lambda^{1/2}} \approx -1.8 \log \left[\frac{6.9}{\mathrm{Re}} + \left(\frac{\varepsilon / d}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

Energi ekv.
$$dQ - dW_x = d\left(h + \frac{1}{2} c^2 + g \cdot z \right)$$

Totalentalpi
$$h_0 = h + \frac{1}{2} c^2 + g \cdot z$$

Impulsmoment
$$M = \dot{m} \cdot (r_1 \cdot c_{\theta 1} - r_2 \cdot c_{\theta 2})$$

Isentropsamband
$$\frac{T}{p^{(\gamma - 1)/\gamma}} = konst.$$

Eulers turbin ekv. (1)
$$\Delta W_t = \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} = U_1 c_{\theta 1} - U_2 c_{\theta 2} > 0$$

Eulers pump ekvation
$$\Delta W_c = U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1} > 0$$

Eulers ekv. (2)
$$\Delta h_0 = U_1 \cdot c_{\theta 1} - U_2 \cdot c_{\theta 2} = \frac{1}{2} \left[c^2 + U^2 - w^2 \right]_1^2$$

Reaktionsgraden
$$R = \frac{\left(U_1^2 - U_2^2 \right) + \left(w_2^2 - w_1^2 \right)}{\left(c_1^2 - c_2^2 \right) + \left(U_1^2 - U_2^2 \right) + \left(w_2^2 - w_1^2 \right)}$$

Specifikt varvtal (1)
$$N_s = \frac{\phi_1^{1/2}}{\psi_1^{3/4}} = \frac{NQ^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

Specifikt varvtal (2) (*Power specific speed*)
$$N_{sp} = \frac{\hat{P}_1^{1/2}}{\psi_1^{5/4}} = \frac{N(P/\rho)^{1/2}}{(gH)^{5/4}}$$

Inkompressibel Karakteristika
$$\frac{gH}{(ND)^2}, \eta, \frac{P}{\rho N^3 D^5} = f\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{\rho ND^2}{\mu} \right)$$

Kompressibel Karakteristika
$$\frac{\Delta h_{0s}}{N^2 D^2}, \eta, \frac{P}{\rho_{01} N^3 D^5} = f\left(\frac{\dot{m}}{\rho_{01} ND^3}, \frac{\rho_{01} ND^2}{\mu}, \frac{ND}{a_{01}}, \gamma \right)$$

Teoretiskt vindeffekt
$$P_{Teoretiskt} = Q \cdot \Delta p = AU_0 \cdot \rho U_0^2 / 2 = \rho A U_0^3 / 2$$

Verklig effekt
$$P = C_P \, \rho A U_0^3 / 2 \cdot \eta_{mekanisk} \cdot \eta_{generator}$$

Kompressor isentrop verkningsgrad
$$\eta_c = \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma} - 1 \right] \Bigg/ \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma \eta_p} - 1 \right]$$

Turbin isentrop verkningsgrad
$$\eta_t = \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\eta_p (\gamma - 1)/\gamma} \right] \Bigg/ \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma} \right]$$